


Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		



**УТВЕРЖДЕНО**

решением Ученого совета ФМИАТ  
от «17» мая 2022 г., протокол № 4/22

Председатель Волков М.А.

(подпись, расшифровка подписи)

«17» мая 2022 г.

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина	Теория вероятностей и математическая статистика
Факультет	Математики, информационных и авиационных технологий
Кафедра	Прикладной математики
Курс	3

Специальность: 10.05.03 "Информационная безопасность автоматизированных систем"  
Специализация " Безопасность открытых информационных систем"

(код специальности (направления), полное наименование)

Форма обучения: очная  
*очная, заочная, очно-заочная (указать только те, которые реализуются)*

Дата введения в учебный процесс УлГУ: « 01 » 09 2022 г.

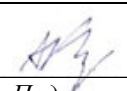

Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

Сведения о разработчиках:

ФИО	Кафедра	Должность, ученая степень, звание
Бутов А.А.	ПМ	Заведующий кафедрой, д.ф.м.н., профессор
Хрусталева С.А.	ПМ	Доцент, к.ф.м.н.

СОГЛАСОВАНО	СОГЛАСОВАНО
Заведующий кафедрой, реализующей дисциплину	Заведующий выпускающей кафедрой
 / <u>Бутов А.А.</u> / Подпись / ФИО	 / <u>Андреев А.С.</u> / (подпись) / (Ф.И.О.)
« 11 » 05 2022 г.	« 11 » 05 2022 г.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ:

**Цели освоения дисциплины:** усвоение фундаментальных понятий теории вероятностей и математической статистики, овладение методами решения задач теории вероятностей и методами статистической обработки данных, приобретение навыков использования понятийного аппарата и технических приемов при построении учитывающих случайные факторы математических моделей различных закономерностей и процессов, описании динамики различных систем и прогнозировании их развития.

**Задачи освоения дисциплины:** изучение фундаментальных понятий и методов теории вероятностей и математической статистики; решение различных вероятностных и статистических прикладных задач.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО


Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к обязательным дисциплинам блока Б1. Основной Профессиональной Образовательной Программы по специальности – 10.05.03 «Информационная безопасность автоматизированных систем».

Данная дисциплина базируется на входных знаниях, умениях, навыках и компетенциях студента, полученных им при изучении следующих дисциплин: Математический анализ, Алгебра и геометрия, Математическая логика и теория алгоритмов, Дискретная математика.

Результаты освоения дисциплины будут необходимы для дальнейшего процесса обучения в рамках поэтапного формирования компетенций при изучении последующих дисциплин: Сети и системы передачи информации, Методы и средства криптографической защиты информации, Модели безопасности компьютерных систем, Вычислительные методы в алгебре и теории чисел, Теория кодирования, сжатия и восстановления информации, Теоретико-числовые методы в криптографии.

## 3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОСНОВНОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Код и наименование реализуемой компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций
ОПК-3 – Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности.	<b>Знать:</b> основные математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности <b>Уметь:</b> использовать типовые математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности <b>Иметь навыки:</b> применения типовых математических методов, необходимых для решения задач профессиональной деятельности

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

#### 4. ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах (всего): 6 зачетных единиц.

4.2. Объем дисциплины по видам учебной работы (в часах):

Вид учебной работы	Количество часов (форма обучения: очная)		
	Всего по плану	В т.ч. по семестрам	
		5	6
1	2	3	4
Контактная работа обучающихся с преподавателем в соответствии с УП	144	72/72*	72/72*
Аудиторные занятия	144	72/72*	72/72*
Лекции	72	36/36*	36/36*
Семинары и практические занятия	72	36/36*	36/36*
Лабораторные работы, практикумы	–	–	–
Самостоятельная работа	36	18	18
Форма текущего контроля знаний и контроля самостоятельной работы: тестирование, контр. работа, коллоквиум, реферат и др. (не менее 2 видов)		устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа 36
Курсовая работа	–	–	–
Виды промежуточной аттестации (экзамен, зачет)	зачет экзамен	зачет	экзамен
Всего часов по дисциплине	216	90	126

\* В случае необходимости использования в учебном процессе частично/исключительно дистанционных образовательных технологий в таблице через слеш указывается количество часов работы ППС с обучающимися для проведения занятий в дистанционном формате с применением электронного обучения.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		


#### 4.3. Содержание дисциплины (модуля). Распределение часов по темам и видам учебной работы:

Форма обучения: очная.


Название разделов и тем	Всего	Виды учебных занятий					Форма текущего контроля знаний
		Аудиторные занятия			Занятия в интерактивной форме	Самостоятельная работа	
		Лекции	Практические занятия, семинары	Лабораторные работы, практикумы			
1	2	3	4	5	6	7	8
<b>5 семестр</b>							
<i>Раздел 1. Теория вероятностей</i>							
1. Введение. Предмет и история теории вероятностей. Элементарная теория вероятностей. Понятие пространства элементарных событий, комбинаторные эксперименты. Алгебра событий, разбиения.	8	2	2			1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
2. Вероятность, вероятностное пространство (модель). Биномиальное распределение и случайное блуждание, построение вероятностной модели.	8	2	2			1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
3. Условные вероятности. Независимость. Случайные величины, распределения, функции распределения.	8	2	2			1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
4. Математическое ожидание и дисперсия.	8	2	2			1	устный опрос, проверка решения

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		


Свойства. Неравенство Чебышева.							задач, контрольн ая работа
5. Предельные теоремы для схемы Бернулли. Закон больших чисел. Локальная предельная теорема.	8	2	2			1	устный опрос, проверка решения задач
6. Интегральная предельная теорема Муавра- Лапласа. Теорема Пуассона.	8	2	2			1	устный опрос, проверка решения задач
7. Условная вероятность и математические ожидания в элементарной схеме. Условная вероятность относительно разбиения. Измеримость относительно разбиения, алгебры, случайных величин.	8	2	2			1	устный опрос, проверка решения задач, контрольн ая работа
8. Условные математические ожидания относительно разбиения, алгебры, случайных величин. Свойства. Пуассоновский процесс.	8	2	2			1	устный опрос, проверка решения задач
9. Понятия мартингала, момента остановки (соответствует относительно потока алгебр). Задача о разорении (мартингальный подход).	8	2	2			1	устный опрос, проверка решения задач

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

10. Общая вероятностная модель. Аксиоматика Колмогорова.	8	2	2			1	устный опрос, проверка решения задач
11. Функции распределения, плотности. Случайные величины (независимость, измеримость, характеристики)	8	2	2			1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
12. Математическое ожидание. Свойства.	8	2	2			1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
13. Свойства функций распределения случайных величин. Свертка.	8	2	2			1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
14. Характеристическая функция. Свойства. Теорема непрерывности для характеристических функций и функций распределения.	8	2	2			1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
15. Предельные теоремы (закон больших чисел и центральная предельная теорема).	8	2	2			1	устный опрос, проверка решения задач
16. Условное математическое ожидание. Теорема о нормальной корреляции.	8	2	2			1	устный опрос, проверка решения задач
17. Понятие о процессах.	8	2	2			1	устный опрос, проверка решения

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

							задач
18. Схема Калмана. Фильтр Калмана.	8	2	2			1	устный опрос, проверка решения задач
Итого	90	36	36			18	
<b>6 семестр</b>							
<i>Раздел 2. Математическая статистика</i>							
1. Понятие выборки. Выборочные распределения и выборочные характеристики. Вариационный ряд. Порядковые статистики и их распределение.	4	1	2			1	устный опрос, проверка решения задач, контрольн ая работа
2. Точечные оценки неизвестных параметров. Несмещенность, состоятельность эффективность. Выборочные средние и дисперсия как оценки. Способы сравнения оценок. Среднеквадрати ческий подход. Эффективные оценки.	4	1	2			1	устный опрос, проверка решения задач, контрольн ая работа
3. Информация по Фишеру. Связь с информацией, содержащейся в одном наблюдении. Неравенство Рао-Крамера. Теорема о единственности несмещенной эффективной оценки.	4	1	2			1	устный опрос, проверка решения задач, контрольн ая работа
4. Метод максимального	4	1	2			1	устный опрос,


Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

правдоподобия. Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия. Метод моментов.							проверка решения задач, контрольная работа
5. Распределения вероятностей, связанные с нормальным: гамма-распределение, $\chi^2$ -Пирсона, Стюдента, Фишера. Леммы о распределении Стюдента, Фишера.	4	1	2			1	устный опрос, проверка решения задач
6. Интервальные оценки неизвестных параметров. Леммы о доверительных пределах. Основная теорема интервального оценивания.	4	1	2			1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
7. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Доверительный интервал в случае асимптотически нормальных оценок. Определение необходимого объема выборки.	4	1	2			1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
8. Статистическая гипотеза. Статистический критерий. Ошибки 1, 2 рода. Мощность критерия. Статистика критерия.	4	1	2			1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа



Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

Критическая область.							
9. Параметрические гипотезы. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий в случае известной дисперсии. Проверка гипотез о равенстве дисперсии.	4	1	2			1	устный опрос, проверка решения задач
10. Критерии согласия. Критерий Пирсона. Теорема Пирсона. Критерий Колмогорова и $W^2$ -квадрат Мизеса. Распространенные ошибки при использовании критериев согласия.	4	1	2			1	устный опрос, проверка решения задач
11. Критерии однородности. Критерий знаков и критерий Вилкоксона.	4	1	2			1	устный опрос, проверка решения задач
12. Способы сравнения критериев. Наиболее мощные критерии. Лемма Неймана-Пирсона.	4	1	2			1	устный опрос, проверка решения задач
13. Методы многомерного статистического анализа. Корреляционный анализ: проверка значимости коэффициентов линейной и	4	1	2			1	устный опрос, проверка решения задач

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

ранговой (Спирмена и Кендалла) корреляции. Понятие о дисперсионном анализе.							
14. Методы многомерного статистического анализа. Понятие о регрессионном анализе. Метод наименьших квадратов. Основная теорема регрессионного анализа. Выбор уравнения линейной регрессии. Ошибка прогноза. Свойства оптимального прогноза. Корреляционное отношение. Множественная линейная регрессия. Ошибка прогноза.	4	1	2			1	устный опрос, проверка решения задач
15. Понятие о статистических методах классификации. Дискриминантный анализ.	4	1	4			2	устный опрос, проверка решения задач
16. Понятие о статистических методах классификации. Кластерный анализ.	4	1	4			2	устный опрос, проверка решения задач
Контроль	36						
Итого	126	36	36			18	
Всего	216	72	72			36	

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### Раздел 1. Теория вероятностей.

1. Введение. Предмет и история теории вероятностей. Элементарная теория вероятностей. Понятие пространства элементарных событий, комбинаторные эксперименты. Алгебра событий, разбиения.
2. Вероятность, вероятностное пространство (модель). Биномиальное распределение и случайное блуждание, построение вероятностной модели.
3. Условные вероятности. Независимость. Случайные величины, распределения, функции распределения.
4. Математическое ожидание и дисперсия. Свойства. Неравенство Чебышева.
5. Предельные теоремы для схемы Бернулли. Закон больших чисел. Локальная предельная теорема.
6. Интегральная предельная теорема Муавра-Лапласа. Теорема Пуассона.
7. Условная вероятность и математические ожидания в элементарной схеме. Условная вероятность относительно разбиения. Измеримость относительно разбиения, алгебры, случайных величин.
8. Условные математические ожидания относительно разбиения, алгебры, случайных величин. Свойства. Пуассоновский процесс.
9. Понятия мартингала, момента остановки (соответствует относительно потока алгебр). Задача о разорении (мартингальный подход).
10. Общая вероятностная модель. Аксиоматика Колмогорова.
11. Функции распределения, плотности. Случайные величины (независимость, измеримость, характеристики).
12. Математическое ожидание. Свойства.
13. Свойства функций распределения случайных величин. Свертка.
14. Характеристическая функция. Свойства. Теорема непрерывности для характеристических функций и функций распределения.
15. Предельные теоремы (закон больших чисел и центральная предельная теорема).
16. Условное математическое ожидание. Теорема о нормальной корреляции.
17. Понятие о процессах.
18. Схема Калмана. Фильтр Калмана.

### Раздел 2. Математическая статистика.

1. Понятие выборки. Выборочные распределения и выборочные характеристики. Вариационный ряд. Порядковые статистики и их распределение.
2. Точечные оценки неизвестных параметров. Несмещенность, состоятельность, эффективность. Выборочные средние и дисперсия как оценки. Способы сравнения оценок. Среднеквадратический подход. Эффективные оценки.
3. Информация по Фишеру. Связь с информацией, содержащейся в одном наблюдении. Неравенство Рао-Крамера. Теорема о единственности несмещенной эффективной оценки.
4. Метод максимального правдоподобия. Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия. Метод моментов.
5. Распределения вероятностей, связанные с нормальным: гамма-распределение,  $\chi^2$ -Пирсона, Стюдента, Фишера. Леммы о распределении Стюдента, Фишера.
6. Интервальные оценки неизвестных параметров. Леммы о доверительных пределах. Основная теорема интервального оценивания.
7. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Доверительный интервал в случае асимптотически нормальных оценок. Определение необходимого объема

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

выборки.

8. Статистическая гипотеза. Статистический критерий. Ошибки 1, 2 рода. Мощность критерия. Статистика критерия. Критическая область.
9. Параметрические гипотезы. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий в случае известной дисперсии. Проверка гипотез о равенстве дисперсии.
10. Критерии согласия. Критерий Пирсона. Теорема Пирсона. Критерий Колмогорова и  $W^2$ -квадрат Мизеса. Распространенные ошибки при использовании критериев согласия.
11. Критерии однородности. Критерий знаков и критерий Вилкоксона.
12. Способы сравнения критериев. Наиболее мощные критерии. Лемма Неймана-Пирсона.
13. Методы многомерного статистического анализа. Корреляционный анализ: проверка значимости коэффициентов линейной и ранговой (Спирмена и Кендалла) корреляции. Понятие о дисперсионном анализе.
14. Методы многомерного статистического анализа. Понятие о регрессионном анализе. Метод наименьших квадратов. Основная теорема регрессионного анализа. Выбор уравнения линейной регрессии. Ошибка прогноза. Свойства оптимального прогноза. Корреляционное отношение. Множественная линейная регрессия. Ошибка прогноза.
15. Понятие о статистических методах классификации. Дискриминантный анализ.
16. Понятие о статистических методах классификации. Кластерный анализ.

## 6. ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ И СЕМИНАРСКИХ ЗАНЯТИЙ

### Раздел 1. Теория вероятностей.

1. Множества и операции над ними. Алгебры и  $\sigma$ -алгебры. Выборки из конечной генеральной совокупности: упорядоченные и неупорядоченные, с возвращениями и без возвращения (семинар).
2. Биномиальные коэффициенты. Полиномиальная теорема (семинар).
3. Измеримые пространства. События. Вероятностная мера, ее свойства. Вероятностные пространства. Аксиоматика Колмогорова (семинар).
4. Условные вероятности. Независимость. Формула Байеса и формула полной вероятности (семинар).
5. Конечное вероятностное пространство с классическим типом вероятности. Вероятностное пространство с геометрическим типом вероятности (семинар).
6. Биномиальная и полиномиальная схемы независимых испытаний (семинар).
7. Классические предельные теоремы: Муавра-Лапласа, Пуассона (семинар).
8. Контрольная работа № 1 (семинар).
9. Случайная величина. Измеримость. Распределение и функция распределения. Дискретные случайные величины. Абсолютная непрерывность (семинар).
10. Плотность распределения. Существование случайных величин с заданным законом распределения. Основные дискретные и абсолютно непрерывные распределения случайных величин (семинар).
11. Случайные векторы и их распределения. Совместная функция распределения. Ковариационная матрица (семинар).
12. Независимость. Критерий независимости дискретных и абсолютно непрерывных случайных величин. Свертка распределений (семинар).
13. Математическое ожидание и дисперсия. Свойства (семинар).
14. Основные неравенства: Чебышева, Маркова, Коши-Буняковского. Ковариация и коэффициент корреляции, их свойства (семинар).
15. Характеристическая функция случайной величины, ее свойства (семинар).
16. Характеристические функции типовых распределений. Производящие функции и их свойства (семинар).

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

17. Виды сходимости и соотношения между ними. Усиленный закон больших чисел. Центральная предельная теорема (семинар).
18. Невырожденное нормальное многомерное распределение, смысл параметров, характеристическая функция (семинар).
19. Независимость некоррелированных компонент нормально распределенного случайного вектора (семинар).
20. Контрольная работа № 2 (семинар).

## **Раздел 2. Математическая статистика.**

1. Выборочные характеристики. Эмпирическая функция распределения, гистограмма, выборочные моменты (семинар).
2. Точечные оценки. Несмещенность, состоятельность, эффективность (семинар).
3. Распределения вероятностей, связанные с нормальным: гамма-распределение,  $\chi^2$ -Пирсона, Стьюдента, Фишера (семинар).
4. Методы построения оценок. Метод моментов (семинар).
5. Методы построения оценок. Метод максимального правдоподобия (семинар).
6. Интервальное оценивание. Точные и асимптотические доверительные интервалы (семинар).
7. Интервальные оценки параметров нормального распределения (семинар).
8. Проверка статистических гипотез. Критерии согласия (семинар).
9. Проверка статистических гипотез. Критерии однородности (семинар).
10. Контрольная работа № 3 (семинар).

## **7. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ, ПРАКТИКУМЫ**

Данный вид работы не предусмотрен учебным планом.

### **8. ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ, КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ, РЕФЕРАТОВ**

Выполнение курсовых работ и рефератов не предусмотрено учебным планом.

Примерная тематика контрольных работ представлена ниже.

*Примерная тематика контрольных работ по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»:*

1. Классическое определение вероятности.
2. Геометрические вероятности.
3. Биномиальная схема независимых испытаний.
4. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
5. Дискретные распределения случайных величин.
6. Абсолютно непрерывные распределения случайных величин.
7. Характеристические функции.
8. Эмпирическая функция распределения, гистограмма, выборочные моменты.
9. Метод моментов, метод максимального правдоподобия.
10. Информация по Фишеру.
11. Интервальное оценивание.
12. Проверка статистических гипотез, ошибки 1 и 2 рода, мощность критерия.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

## 9. ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ К ЗАЧЕТУ, ЭКЗАМЕНУ

### 5 семестр

1. Элементарная вероятностная модель. Алгебра событий, вероятность (свойства). Схема Бернулли.
2. Условная вероятность. Формула полной вероятности Байеса. Теорема Байеса. Независимость событий.
3. Математическое ожидание в элементарной модели (конструкция и свойства).
4. Свойства дисперсии; ковариация; корреляционная функция (свойства и применение для определения зависимости случайных величин).
5. Независимость событий, случайных величин (попарная, по совокупности). Математическое ожидание произведения независимых случайных величин.
6. Неравенство Чебышева. Следствия.
7. Закон больших чисел в схеме Бернулли.
8. Локальная предельная теорема в схеме Бернулли.
9. Теорема Муавра-Лапласа (в схеме Бернулли).
10. Теорема Пуассона.
11. Разбиения. Условная вероятность и условное математическое ожидание относительно разбиения (конструкция).
12. Свойства условных математических ожиданий относительно разбиения.
13. Измеримость простых случайных величин. Соответствующие свойства условных математических ожиданий.
14. Поток разбиений, алгебр. Момент остановки. Мартингал (для элементарной модели).
15. Теорема о математическом ожидании остановленного мартингала.
16. Задача о разорении.
17. Общая вероятностная модель. Аксиоматика Колмогорова.
18. Функции распределения, свойства. Плотность вероятности.
19. Случайные величины, измеримость (в общей модели). Аппроксимация простыми случайными величинами.
20. Математическое ожидание в общем случае (конструкция и свойства).
21. Неравенства Коши-Буняковского, Йенсена.
22. Неравенства Гельдера, Ляпунова, Чебышева.
23. Характеристическая функция (свойства).
24. Общие сведения о дискретных распределениях.
25. Дискретное равномерное распределение.
26. Распределение Бернулли. Биномиальное распределение.
27. Геометрическое распределение.
28. Распределение Пуассона.
29. Гипергеометрическое распределение.
30. Распределение Паскаля.
31. Общие сведения об абсолютно непрерывных распределениях.
32. Непрерывное равномерное распределение.
33. Показательное распределение.
34. Нормальное распределение.
35. Распределение Коши.
36. Функции от абсолютно непрерывных случайных величин.
37. Характеристические функции.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

### 6 семестр

1. Понятие выборки. Выборочные распределения и выборочные характеристики.
2. Вариационный ряд. Порядковые статистики и их распределение.
3. Точечные оценки неизвестных параметров. Несмещенность, состоятельность, эффективность. Выборочные средние и дисперсия как оценки.
4. Информация по Фишеру. Связь с информацией, содержащейся в одном наблюдении. Неравенство Рао-Крамера.
5. Теорема о единственности несмещенной эффективной оценки.
6. Метод максимального правдоподобия (Пример).
7. Распределение вероятностей, связанные с нормальным:  $\chi^2$ -Пирсона, Стьюдента, Фишера.
8. Лемма Фишера. Следствие.
9. Лемма о распределении Стьюдента, Фишера.
10. Интервальные оценки неизвестных параметров. Леммы о доверительных пределах.
11. Основная теорема интервального оценивания.
12. Доверительный интервал для дисперсии нормального распределения.
13. Доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения при известной дисперсии.
14. Доверительный интервал для математического ожидания при неизвестной дисперсии.
15. Доверительный интервал в случае асимптотически нормальных оценок. Определение необходимого объема выборки.
16. Статистическая гипотеза. Статистический критерий. Ошибки 1, 2 рода. Мощность критерия. Статистика критерия. Критическая область.
17. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий в случае известной дисперсии.
18. Проверка гипотез о равенстве дисперсии.
19. Критерий Пирсона. Теорема Пирсона.
20. Критерий Колмогорова и  $W^2$ -квадрат Мизеса.
21. Критерий однородности. Критерий знаков и критерий Вилкоксона.
22. Критерий Неймана-Пирсона. Лемма Неймана-Пирсона.
23. Регрессия. Основная теорема регрессионного анализа.
24. Свойства оптимального прогноза. Корреляционное отношение.
25. Линейная регрессия. Ошибка прогноза.
26. Множественная линейная регрессия. Ошибка прогноза.

### 10. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ОБУЧАЮЩИХСЯ

Форма обучения: очная.

Название разделов и тем	Вид самостоятельной работы (проработка учебного материала, решение задач, реферат, доклад, контрольная работа, подготовка к сдаче зачета, экзамена и др.)	Объем в часах	Форма контроля (проверка решения задач, реферата и др.)
<b>5 семестр</b>			
<i>Раздел 1. Теория вероятностей</i>			
1. Введение. Предмет и история теории	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе,	1	устный опрос, проверка




Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

вероятностей. Элементарная теория вероятностей. Понятие пространства элементарных событий, комбинаторные эксперименты. Алгебра событий, разбиения.	подготовка к сдаче экзамена		решения задач, контрольная работа
2. Вероятность, вероятностное пространство (модель). Биномиальное распределение и случайное блуждание, построение вероятностной модели.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
3. Условные вероятности. Независимость. Случайные величины, распределения, функции распределения.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
4. Математическое ожидание и дисперсия. Свойства. Неравенство Чебышева.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
5. Предельные теоремы для схемы Бернулли. Закон больших чисел. Локальная предельная теорема.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	1	устный опрос, проверка решения задач
6. Интегральная предельная теорема Муавра-Лапласа. Теорема Пуассона.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	1	устный опрос, проверка решения задач
7. Условная вероятность и математические ожидания в элементарной схеме. Условная вероятность относительно разбиения. Измеримость относительно разбиения, алгебры, случайных величин.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа



Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

8. Условные математические ожидания относительно разбиения, алгебры, случайных величин. Свойства. Пуассоновский процесс.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	1	устный опрос, проверка решения задач
9. Понятия мартингала, момента остановки (соответствует относительно потока алгебр). Задача о разорении (мартингальный подход).	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	1	устный опрос, проверка решения задач
10. Общая вероятностная модель. Аксиоматика Колмогорова.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	1	устный опрос, проверка решения задач
11. Функции распределения, плотности. Случайные величины (независимость, измеримость, характеристики)	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
12. Математическое ожидание. Свойства.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
13. Свойства функций распределения случайных величин. Свертка.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
14. Характеристическая функция. Свойства. Теорема непрерывности для характеристических функций и функций распределения.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
15. Предельные теоремы (закон больших чисел и центральная предельная теорема).	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	1	устный опрос, проверка решения задач
16. Условное математическое	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	1	устный опрос, проверка

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

ожидание. Теорема о нормальной корреляции.			решения задач
17. Понятие о процессах.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	1	устный опрос, проверка решения задач
18. Схема Калмана. Фильтр Калмана.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	1	устный опрос, проверка решения задач
<b>6 семестр</b>			
<i>Раздел 2. Математическая статистика</i>			
1. Понятие выборки. Выборочные распределения и выборочные характеристики. Вариационный ряд. Порядковые статистики и их распределение.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче зачета	1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
2. Точечные оценки неизвестных параметров. Несмещенность, состоятельность, эффективность. Выборочные средние и дисперсия как оценки. Способы сравнения оценок. Среднеквадратический подход. Эффективные оценки.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче зачета	1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
3. Информация по Фишеру. Связь с информацией, содержащейся в одном наблюдении. Неравенство Рао-Крамера. Теорема о единственности несмещенной эффективной оценки.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче зачета	1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
4. Метод максимального правдоподобия. Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия. Метод моментов.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче зачета	1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
5. Распределения вероятностей,	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче зачета	1	устный опрос, проверка

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

связанные с нормальным: гамма-распределение, $\chi^2$ -Пирсона, Стьюдента, Фишера. Леммы о распределении Стьюдента, Фишера.			решения задач
6. Интервальные оценки неизвестных параметров. Леммы о доверительных пределах. Основная теорема интервального оценивания.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче зачета	1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
7. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Доверительный интервал в случае асимптотически нормальных оценок. Определение необходимого объема выборки.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче зачета	1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
8. Статистическая гипотеза. Статистический критерий. Ошибки 1, 2 рода. Мощность критерия. Статистика критерия. Критическая область.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче зачета	1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
9. Параметрические гипотезы. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий в случае известной дисперсии. Проверка гипотез о равенстве дисперсии.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче зачета	1	устный опрос, проверка решения задач
10. Критерии согласия. Критерий Пирсона. Теорема Пирсона. Критерий Колмогорова и $W^2$ -квадрат Мизеса. Распространенные ошибки при использовании критериев согласия.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче зачета	1	устный опрос, проверка решения задач
11. Критерии	Проработка учебного материала, решение	1	устный опрос,

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

однородности. Критерий знаков и критерий Вилкоксона.	задач, подготовка к сдаче зачета		проверка решения задач
12. Способы сравнения критериев. Наиболее мощные критерии. Лемма Неймана-Пирсона.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче зачета	1	устный опрос, проверка решения задач
13. Методы многомерного статистического анализа. Корреляционный анализ: проверка значимости коэффициентов линейной и ранговой (Спирмена и Кендалла) корреляции. Понятие о дисперсионном анализе.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче зачета	1	устный опрос, проверка решения задач
14. Методы многомерного статистического анализа. Понятие о регрессионном анализе. Метод наименьших квадратов. Основная теорема регрессионного анализа. Выбор уравнения линейной регрессии. Ошибка прогноза. Свойства оптимального прогноза. Корреляционное отношение. Множественная линейная регрессия. Ошибка прогноза.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче зачета	1	устный опрос, проверка решения задач
15. Понятие о статистических методах классификации. Дискриминантный анализ.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче зачета	2	устный опрос, проверка решения задач
16. Понятие о статистических методах классификации. Кластерный анализ.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче зачета	2	устный опрос, проверка решения задач

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

## 11. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### а) Список рекомендуемой литературы

#### основная


1. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей : учебник для вузов / Е.С. Вентцель. – 11-е изд., стер. – М. : КНОРУС, 2010. – 664 с. – ISBN 978-5-406-00476-0.
2. Ширяев, А.Н. Вероятность : учебное пособие для вузов по спец. «Математика», «Прикладная математика», «Физика» / А.Н. Ширяев. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука, 1989. – 640 с. – ISBN 5-02-013955-6.

#### дополнительная

1. Вентцель, Е.С. Задачи и упражнения по теории вероятностей : учебное пособие / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Высшая школа, 2002. – 448 с. – ISBN 5-06-004221-9.
2. Зубков, А.М. Сборник задач по теории вероятностей : учебное пособие для вузов / А.М. Зубков, Б.А. Севастьянов, В.П. Чистяков. – 2-е изд, испр. и доп. – М. : Наука, 1989. – 320 с. – ISBN 5-02-013949-1.
3. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие для вузов / В.Е. Гмурман. – 6-е изд., доп. – М. : Высшая школа, 2002. – 404 с. – ISBN 5-06-004212-X.
4. Бутов, А.А. Лекции по теории вероятностей : учеб.-метод. пособие / А.А. Бутов. – Ульяновск : УлГУ, 1997. – 62 с.
- 5.1 Решение задач по теории вероятностей : учеб.-метод. пособие . Ч. 1 / А. А. Бутов, М. С. Гаврилова, Ю. Г. Савинов, С. А. Хрусталеv; УлГУ, ФМИИТ. - Ульяновск : УлГУ, 2014. - Загл. с экрана; Имеется печ. аналог. - Электрон. текстовые дан. (1 файл : 592 Кб). – URL: <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Download/MObject/219>.
- 5.2 Бутов А. А. Решение задач по теории вероятностей : учеб.-метод. пособие . Ч. 2 / А. А. Бутов, М. С. Гаврилова, Ю. Г. Савинов; УлГУ, ФМИИАТ, Каф. прикл. математики. - Ульяновск : УлГУ, 2016. - Электрон. текстовые дан. (1 файл : 371 Кб). – URL: <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Download/MObject/404>.
- 5.3 Бутов А. А. Решение задач по теории вероятностей : учеб.-метод. пособие . Ч. 3 / А. А. Бутов, Ю. Г. Савинов; УлГУ, ФМИИАТ, Каф. прикл. математики. - Ульяновск : УлГУ, 2018. - Загл. с экрана. - Электрон. текстовые дан. (1 файл : 1,83 Мб). – URL: <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Download/MObject/1204>.

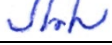
#### учебно-методическая

1. Методические указания для самостоятельной работы студентов по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» для студентов всех направлений и специальностей ФМИАТ / А. А. Бутов, М. С. Гаврилова, Ю. Г. Савинов, С. А. Хрусталеv; УлГУ, Фак. математики, информ. и авиац. технологий. - Ульяновск : УлГУ, 2019. - Загл. с экрана; Неопубликованный ресурс. - Электрон. текстовые дан. (1 файл : 430 Кб). - Текст : электронный. – URL: <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Download/MObject/4559>
2. Хрусталеv С. А. Методические указания к лабораторным работам по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» по всем направлениям и специальностям ФМИАТ / С. А. Хрусталеv; УлГУ, Фак. математики, информ. и авиац. технологий. - Ульяновск : УлГУ, 2019. - Загл. с экрана; Неопубликованный ресурс. -

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

Электрон. текстовые дан. (1 файл : 730 КБ). - Текст : электронный. – URL:  
<http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Download/MObject/5543>

Согласовано:

Ведущий специалист НБ УлГУ / Терехина Л.А. /  / 04.05.2022 /  
 должность сотрудника научной библиотеки      ФИО      подпись      дата

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

**б) Программное обеспечение:** МойОфис Стандартный, Альт Рабочая станция 8.

**в) Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы**

**1. Электронно-библиотечные системы:**

1.1. IPRbooks : электронно-библиотечная система : сайт / группа компаний Ай Пи Ар Медиа. - Саратов, [2021]. – URL: <http://www.iprbookshop.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. - Текст : электронный.

1.2. ЮРАЙТ : электронно-библиотечная система : сайт / ООО Электронное издательство ЮРАЙТ. – Москва, [2021]. - URL: <https://urait.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. - Текст : электронный.

1.3. Консультант студента : электронно-библиотечная система : сайт / ООО Политехресурс. – Москва, [2021]. – URL: <https://www.studentlibrary.ru/cgi-bin/mb4x>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

1.4. Консультант врача : электронно-библиотечная система : сайт / ООО Высшая школа организации и управления здравоохранением-Комплексный медицинский консалтинг. – Москва, [2021]. – URL: <https://www.rosmedlib.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

1.5. Большая медицинская библиотека : электронно-библиотечная система : сайт / ООО Букап. – Томск, [2021]. – URL: <https://www.books-up.ru/ru/library/> . – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

1.6. Лань : электронно-библиотечная система : сайт / ООО ЭБС Лань. – Санкт-Петербург, [2021]. – URL: <https://e.lanbook.com>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

1.7. **Znanium.com** : электронно-библиотечная система : сайт / ООО Знаниум. - Москва, [2021]. - URL: <http://znanium.com> . – Режим доступа : для зарегистрир. пользователей. - Текст : электронный.

1.8. Clinical Collection : коллекция для медицинских университетов, клиник, медицинских библиотек // EBSCOhost : [портал]. – URL: <http://web.b.ebscohost.com/ehost/search/advanced?vid=1&sid=9f57a3e1-1191-414b-8763-e97828f9f7e1%40sessionmgr102> . – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Текст : электронный.

1.9. Русский язык как иностранный : электронно-образовательный ресурс для иностранных студентов : сайт / ООО Компания «Ай Пи Ар Медиа». – Саратов, [2021]. – URL: <https://ros-edu.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

**2. КонсультантПлюс** [Электронный ресурс]: справочная правовая система. /ООО «Консультант Плюс» - Электрон. дан. - Москва : КонсультантПлюс, [2021].

**3. Базы данных периодических изданий:**

3.1. База данных периодических изданий : электронные журналы / ООО ИВИС. - Москва, [2021]. – URL: <https://dlib.eastview.com/browse/udb/12>. – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Текст : электронный.

3.2. eLIBRARY.RU: научная электронная библиотека : сайт / ООО Научная Электронная Библиотека. – Москва, [2021]. – URL: <http://elibrary.ru>. – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Текст : электронный

3.3. «Grebennikon» : электронная библиотека / ИД Гребенников. – Москва, [2021]. – URL: <https://id2.action-media.ru/Personal/Products>. – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Текст : электронный.

**4. Национальная электронная библиотека** : электронная библиотека : федеральная государственная информационная система : сайт / Министерство культуры





Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

## 12. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ:

Аудитории для проведения лекций, семинарских занятий, для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации, групповых и индивидуальных консультаций.

Аудитории укомплектованы специализированной мебелью, учебной доской. Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде, электронно-библиотечной системе. Перечень оборудования, используемого в учебном процессе, указывается в соответствии со сведениями о материально-техническом обеспечении и оснащённости образовательного процесса, размещёнными на официальном сайте УлГУ в разделе «Сведения об образовательной организации».

## 13. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ



В случае необходимости, обучающимся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья (по заявлению обучающегося) могут предлагаться одни из следующих вариантов восприятия информации с учетом их индивидуальных психофизических особенностей:

– для лиц с нарушениями зрения: в печатной форме увеличенным шрифтом; в форме электронного документа; в форме аудиофайла (перевод учебных материалов в аудиоформат); в печатной форме на языке Брайля; индивидуальные консультации с привлечением тифлосурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации;

– для лиц с нарушениями слуха: в печатной форме; в форме электронного документа; видеоматериалы с субтитрами; индивидуальные консультации с привлечением сурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации;

– для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме; в форме электронного документа; в форме аудиофайла; индивидуальные задания и консультации.

В случае необходимости использования в учебном процессе частично/исключительно дистанционных образовательных технологий, организация работы ППС с обучающимися с ОВЗ и инвалидами предусматривается в электронной информационно-образовательной среде с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

Разработчик	 подпись	зав. кафедрой	Бутов А.А.
		должность	ФИО
Разработчик	 подпись	доцент	Хрусталева С.А.
		должность	ФИО